

УДК 330.43.658.14

**Христиановский В.В.**, д.э.н., проф., профессор, Донецкий национальный университет (г. Винница)

**Щербина В.П.**, к. ф.-м. н., доц., доцент, Донецкий национальный университет (г. Винница)

## МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ СИНЕРГИИ ПРИ СЛИЯНИИ ДВУХ УСПЕШНО РАЗВИВАЮЩИХСЯ ФИРМ

В работе рассматривается проблема слияния предприятий и исследуется устойчивость функционирования объединённых структур с целью определения уровня синергетического эффекта. Для этой цели используется аппарат нелинейных дифференциальных уравнений, позволяющий на абстрактном уровне анализировать возникающие при объединении сложные экономические рыночные отношения предприятий. Расчёты производятся с помощью программного пакета систем компьютерной алгебры MAPLE15.

Предложенный в работе метод позволяет менеджерам предварительно подсчитать возможный синергетический эффект, возникающий в результате слияния предприятий, и объективно аргументировать необходимость процесса слияния.

**Ключевые слова:** синергия, модель, система дифференциальных уравнений, переход ресурсов, синергетический эффект.

Рассмотрим проблему устойчивости рыночных отношений при слиянии двух успешно развивающихся производителей продукции. Для этого используем аппарат моделей нелинейных дифференциальных уравнений, который помогает вскрывать в динамике внутренний механизм явления синергии при слиянии и поглощении компаний, фирм, предприятий. Такие модели позволяют делать предсказания для расчета возможного эффекта синергии при объединении и проводить анализ устойчивости функционирования объединённых структур [1].

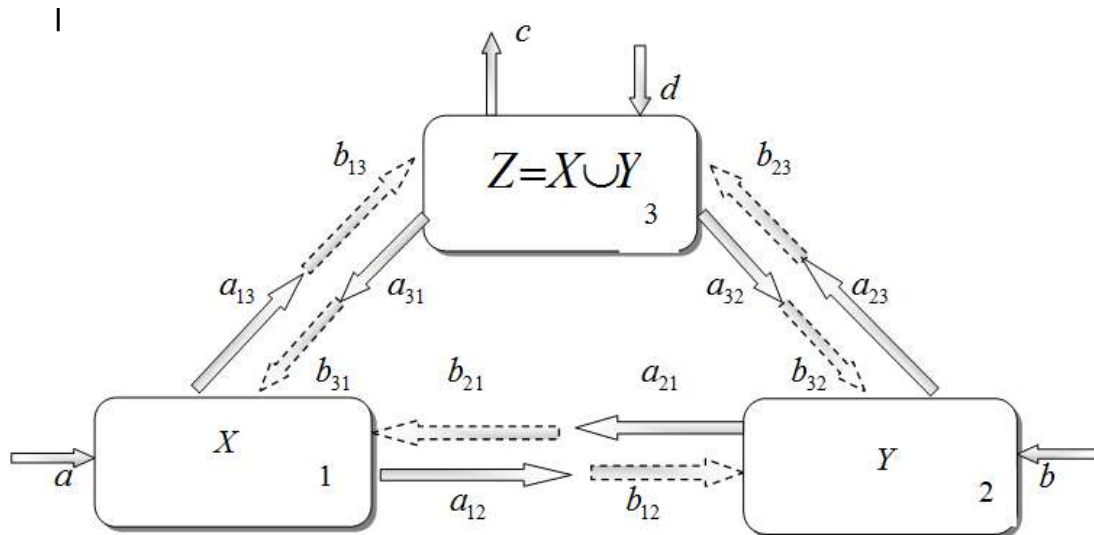
Развитый рынок характеризуется интенсивными процессами поглощения или слияния капитала. Свободное передвижение капитала предполагает наличие процессов, результатом которых является рост эффективности использования ресурсов. Все сделки по слиянию и поглощению необходимо проводить только тогда, когда заинтересованные стороны видят для себя выгоду. С точки зрения участников сделки выгода заключается в приросте возможностей вновь создаваемой структуры по сравнению с капитализацией отдельных ее составляющих. Такой прирост возможностей (ресурсов) называют эффектом синергии, который понимают как согласованное, взаимно усиливающее действие двух или нескольких подсистем, в результате чего объединённая система производит больший эффект, нежели ее подсистемы в отдельности [2]. Обе стороны должны быть заинтересованными в успешности слияния только тогда, когда этот процесс будет увеличивать возможности объединения. Другими словами, прежде, чем объединятся, предприятия должны быть уверенными, что этот процесс увеличит эффективность их работы. А поэтому необходимо предварительно просчитать возможный эффект.

В представленном примере рассмотрим качественный анализ процессов слияния при объединении двух успешно развивающихся предприятий. Для этого вначале приведём графическую интерпретацию рассматриваемых рыночных отношений при объединении двух структурных единиц и построим соответствующую полученному графу математическую модель [3]. Далее будем по отдельности анализировать на устойчивость функционирования решения объединённой структуры и решения развития двух независимых друг от друга предприятий. Построенные модели будем анализировать с помощью систем нелинейных дифференциальных уравнений.

Поведение систем, функционирующих сначала автономно, а затем в объединении,

будем определять с помощью условий развития и убывания [4]. Развитие участника на графике будет отражаться стрелкой, входящей в систему, а убывание – выходящей. Под величиной ресурсов будем подразумевать значения любых основных показателей, отражающих абстрактное функционирование систем, уменьшающее или увеличивающее эффект от их использования. Под развитием системы будем подразумевать приобретение ресурсов (увеличение эффекта) в результате контактов предприятий между собой и с внешней средой, или увеличение ресурсов каким-либо другим образом. Под убыванием будем подразумевать процесс уменьшения количества ресурсов (уменьшение эффекта). Условия уменьшения ресурсов будут отражать их активное использование или количественное изменение при передаче в другие системы (партнёру, или во внешнюю среду). Параметры модели будут отражать величину передачи части ресурсов от одного структурного подразделения к другому.

Рассмотрим ситуацию, когда объединяются предприятия, которые могут развиваться успешно самостоятельно, но они хотят увеличить эффективность функционирования за счёт получения синергетического эффекта. Это означает, что все участники будут сотрудничать между собой для повышения эффективности, то есть активно обмениваться ресурсами. Такая ситуация моделируется графом, изображённым на рис. 1.



**Рис. 1. Взаимодействие систем при успешно развивающемся объединении**

В данном примере на рис 1 используем следующие обозначения:

$X$  – первый субъект сделки, его обозначим 1;

$Y$  – второй субъект сделки, его обозначим 2;

$X \cup Y$  – объединение, его обозначим 3.

Заметим, что указанные цифровые обозначения необходимы для удобства индексации значений параметров модели. На графе индексы параметров ресурсов модели изображаются таким образом, что первый индекс определяет автотрофного участника, а второй – гетеротрофного, то есть они определяют направление от кого и куда переходит ресурс.

Далее введём в модели следующие переменные и параметры:

$x$  – мощность ресурсной части участника  $X$  ;

$y$  – мощность ресурсной части участника  $Y$  ;

$z$  – мощность ресурсной части объединения  $Z$  ;

$a, b, d$  – коэффициенты пропорциональности, показывающие, какую часть от общих собственных ресурсов в результате своей деятельности получают участники

$X, Y, Z$  из внешней среды;

$c$  – коэффициент пропорциональности, показывающий, какую часть от объединённых ресурсов в результате своей деятельности отдаёт объединение  $X \cup Y$  – во внешнюю среду;

$a_{ij}$  – процентное соотношение количества ресурсов, переходящих от участника  $i$  к участнику  $j$  ( $i, j = 1, 2, 3$ );

$b_{ij}$  – процентное соотношение количества ресурсов, полученное участником  $j$  от участника  $i$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ).

В результате своей деятельности участники рыночных отношений могут терять часть ресурсов (тратить непроизводительно). Такая ситуация на графе характеризуется разорванной стрелкой с указанием параметров, отражающих объёмы приобретения или убытия ресурсов.

Модель объединения будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = ax(t) + b_{21}y(t)x(t) - a_{12}x(t)y(t) + b_{31}z(t)x(t) - a_{13}x(t)z(t); \\ \dot{y}(t) = by(t) + b_{12}x(t)y(t) - a_{21}y(t)x(t) + b_{32}z(t)y(t) - a_{23}y(t)z(t); \\ \dot{z}(t) = -cz(t) + dz(t) + b_{13}x(t)z(t) - a_{31}z(t)x(t) + b_{23}y(t)z(t) - a_{32}z(t)y(t). \end{cases} \quad (1)$$

Если обозначить через  $s_{ij}$  возможные потери ресурсов при обмене  $i$  – го участника с  $j$  – м ( $i = 1, j = 2; 3, i = 2, j = 1; 3, i = 3, j = 1; 2$ ), то будут иметь место соотношения:

$$\begin{cases} b_{12} = a_{12} - s_{12}; \\ b_{21} = a_{21} - s_{21}; \\ b_{13} = a_{13} - s_{13}; \end{cases} \quad \begin{cases} b_{31} = a_{31} - s_{31}; \\ b_{23} = a_{23} - s_{23}; \\ b_{32} = a_{32} - s_{32}; \end{cases} \quad (2)$$

Тогда система (1) запишется следующим образом

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = ax(t) + (a_{21} - s_{21})y(t)x(t) - a_{12}x(t)y(t) + (a_{31} - s_{31})z(t)x(t) - a_{13}x(t)z(t); \\ \dot{y}(t) = by(t) + (a_{12} - s_{12})x(t)y(t) - a_{21}y(t)x(t) + (a_{32} - s_{32})z(t)y(t) - a_{23}y(t)z(t); \\ \dot{z}(t) = -cz(t) + dz(t) + (a_{13} - s_{13})x(t)z(t) - a_{31}z(t)x(t) + (a_{23} - s_{23})y(t)z(t) - a_{32}z(t)y(t). \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = ax(t) + (a_{21} - a_{12} - s_{21})x(t)y(t) + (a_{31} - a_{13} - s_{31})x(t)z(t); \\ \dot{y}(t) = by(t) + (a_{12} - a_{21} - s_{12})x(t)y(t) + (a_{32} - a_{23} - s_{32})y(t)z(t); \\ \dot{z}(t) = -cz(t) + dz(t) + (a_{13} - a_{31} - s_{13})x(t)z(t) + (a_{23} - a_{32} - s_{23})y(t)z(t) \end{cases} \quad (3)$$

Для упрощения записи модели (3) введём новые обозначения:

$$\begin{cases} a_{12} - a_{21} + s_{21} = d_{12}; \\ a_{13} - a_{31} + s_{31} = d_{13}; \\ a_{21} - a_{12} + s_{12} = d_{21}; \end{cases} \quad \begin{cases} a_{23} - a_{32} + s_{32} = d_{23}; \\ a_{13} - a_{31} - s_{13} = d_{31}; \\ a_{23} - a_{32} - s_{23} = d_{32}. \end{cases} \quad (4)$$

Параметры  $d_{ij}$  при  $i = 1, j = 2; 3, i = 2, j = 1; 3$  характеризуют ресурсы, которые передаются от  $i$  – го участника к  $j$  – му и наоборот с учётом возможных потерь.

$d_{3i}$   $i = 1; 2$  характеризует объем ресурсов, которые передаются от  $i$  – го участника к объединению и отчисляются от объединения  $i$  – му участнику с учётом потерь.

Если потерь нет, то есть:

$$b_{12} = a_{12}; b_{21} = a_{21}; b_{13} = a_{13}; b_{31} = a_{31}; b_{23} = a_{23}; b_{32} = a_{32}, \quad (5)$$

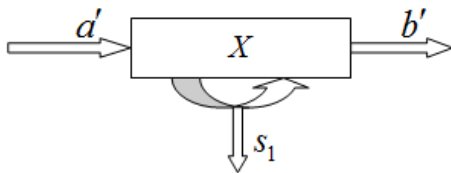
то будет иметь место более простой случай, и мы его рассматривать не будем.

После соответствующих преобразований модель (3) запишется в виде:

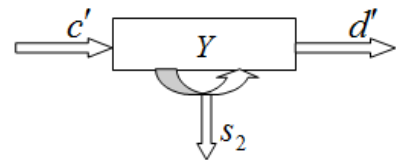
$$\begin{cases} \dot{x}(t) = ax(t) - d_{12}x(t)y(t) - d_{13}x(t)z(t); \\ \dot{y}(t) = by(t) - d_{21}y(t)x(t) - d_{23}y(t)z(t); \\ \dot{z}(t) = -cz(t) + dz(t) + d_{31}z(t)x(t) + d_{32}z(t)y(t). \end{cases} \quad (6)$$

В модели объединения необходимо обязательно учесть, что свобода внешних действий после объединения усилий отдельных предприятий предоставляется только объединению. Этот момент должен отражать основную идею объединения – получение синергетического аффекта объединенной структуры. Учитывая основной принцип синергии можно утверждать, что  $c \gg a + b$ , то есть обмен с внешней средой после объединения систем должен давать ощутимый результат роста ресурсов.

Для определения синергетического эффекта, полученного при объединении усилий двух успешно развивающихся предприятий, поступим следующим образом. На первом шаге рассмотрим отдельно друг от друга развитие предприятия  $X$  и предприятия  $Y$  без учёта их взаимодействия. Динамику их развития изобразим, как показано на рис. 2 и рис. 3.



**Рис. 2. Самостоятельное функционирование X**



**Рис. 3. Самостоятельное функционирование Y**

Ситуацию, описывающую отдельное функционирование предприятий  $X$  и  $Y$ , запишем следующими дифференциальными уравнениями, которые соответствуют графикам, изображённым на рис.2 и рис.3.

$$\dot{x}(t) = a'x(t) - b'x(t) - s_1x^2(t). \quad (7)$$

$$\dot{y}(t) = c'y(t) - d'y(t) - s_2y^2(t). \quad (8)$$

В модели объединения и уравнениях 7 и 8 параметр  $t$  – время действия учитываемое в модели, то есть рассматриваемый интервал функционирования предприятий (например, количество месяцев),

$x(t)$  – ресурсные возможности участника  $X$  в момент времени  $t$  (ден. ед.);

$y(t)$  – ресурсные возможности участника  $Y$  в момент времени  $t$  (ден. ед.).

Значения параметров моделей (7) и (8) следующие:

$a', c'$  – темпы увеличения ресурсной возможности участников  $X$  и  $Y$  в момент времени  $t$ ;

$b', d'$  – темпы перехода ресурсов участников  $X$  и  $Y$  во внешнюю среду в момент времени  $t$ ,

$s_1, s_2$  – коэффициенты, отражающие возможные внутренние потери ресурсов  $X$  и  $Y$  в результате их функционирования.

В зависимости от малых изменений параметров моделей (7) и (8) возможны следующие сценарии их функционирования: устойчивое состояние (рис 4), неустойчивое состояние (рис 5), неограниченный рост или убывание средств одного предприятия или обоих (рис 6).

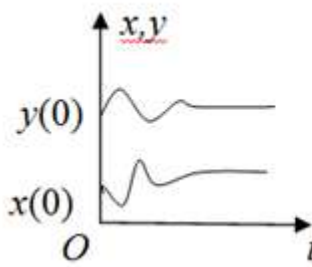


Рис. 4. Состояние равновесия

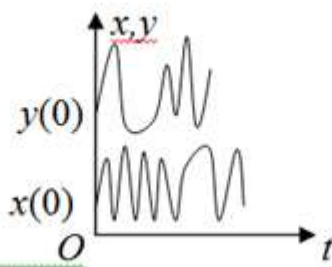


Рис. 5. Неустойчивое состояние

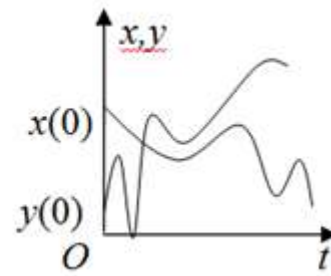


Рис. 6. Неограниченный рост

Состояние равновесия, устанавливаемое во времени, изображённое на рис.4, говорит об устойчивости функционирования предприятий при любых начальных условиях. Неустойчивое состояние, изображённое на рис.5, с течением времени переходит в периодический режим, так как имеют место колебания определенной амплитуды, не зависящей от величины отклонения. Состояние, изображённое на рис.6 неустойчиво: траектории «разваливаются», решения могут вести себя как угодно, либо неограниченно расти, либо стремиться к нулю (вырождаться). Этот график отражает хаотический режим развития. Поэтому в дальнейшем нас будет интересовать состояние равновесия, изображённое на рис.4.

Зададим начальные значения параметров функционирования предприятий, руководствуясь следующими соображениями. Эмпирически установлено, что успешно развивающимся предприятие считается тогда, когда оно обновляет не менее 60-80 процентов своей ресурсной части за один оборот. Поэтому положим  $a' - b' = 0,6$ , а  $c' - d' = 0,8$ . Возможности реализации для предприятий при рыночных условиях должны быть одинаковыми, но в сложных рыночных отношениях определим возможные внутренние потери на уровне 8%. Тогда  $s_1$  и  $s_2$  положим равными 0,08. Начальные условия для предприятий будут определены на уровне 5,9 и 6,6 условных единиц. Тогда получим следующие дифференциальные уравнения:

$$\dot{x}(t) = 0,6x(t) - 0,08x^2(t), \quad (x(0) = 5,9) \quad (9)$$

и

$$\dot{y}(t) = 0,8y(t) - 0,08y^2(t), \quad (y(0) = 6,6). \quad (10)$$

Отметим, что при выборе начальных условий параметров объединённой системы и уравнений (9) и (10) учитывались следующие условия функционирования предприятий:

$$b > a; a - s_{13} < d; b - s_{23} < d; c > a + b.$$

Это говорит о том, что предприятие  $Y$  функционирует более успешно, чем  $X$ , а объединение должно быть более успешным, чем предприятия. Надо обратить внимание на то, что плавные изменения темпов в уравнениях (9,10) картину поведения  $x(t)$ ,  $y(t)$  существенно не меняют.

На следующем шаге осуществим анализ функционирования объединения с помощью построенной системы (6), которая отражает совместное развитие предприятий ( $Z = X \cup Y$ ). Система, отражающая совместное функционирование предприятий ( $Z = X \cup Y$ ) при выборе начальных условий на уровне  $x(0) = 5,9$ ;  $y(0) = 6,6$ ;  $z(0) = 12,5$  и параметров, рассчитанных с учётом системы (4) будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = 0,25x(t) - 0,01x(t)y(t) - 0,01x(t)z(t) - 0,01x^2(t); \\ \dot{y}(t) = 0,9y(t) + 0,1x(t)y(t) - 0,9y(t)z(t); \\ \dot{z}(t) = -0,01z(t) + x(t) + 0,9y(t) - 0,01z^2(t). \end{cases} \quad (11)$$

Примечание: значения параметров системы  $Z$  выбираем из тех же соображений, что и при решении уравнений (9) и (10). Уравнения системы (11) также отражают тот факт, что только объединение имеет свободу внешних действий и использует полностью (за исключением потерь) средства  $X$  и  $Y$ . Внутри объединения возможны разногласия, но они решаются положительно.

Решение системы нелинейных дифференциальных уравнений, отражающих функционирование предприятий, и вывод графиков решений для наглядности осуществляем с помощью программного пакета системы компьютерной алгебры Maple15, ориентированной на сложные математические вычисления, визуализацию данных и моделирование. Результаты расчётов по моделям 9,10 и 11 изображены на графике рис 7.

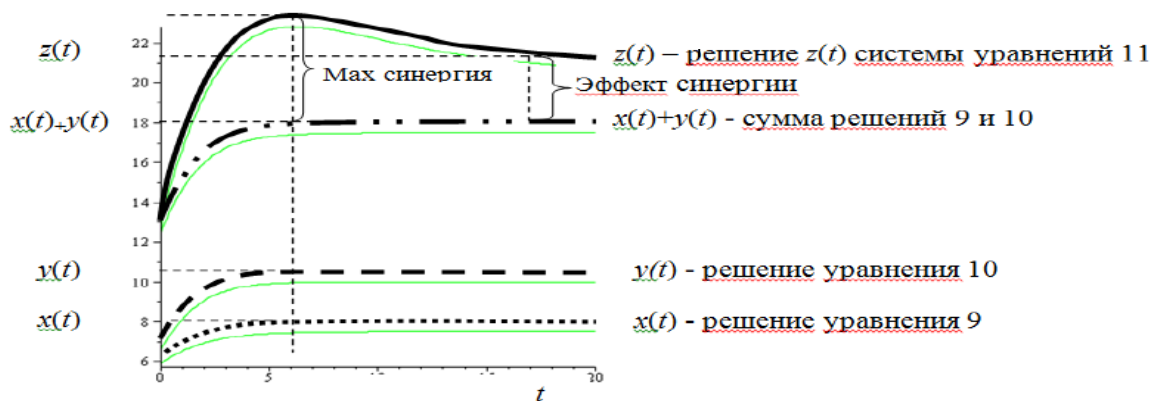


Рис.7. Графики функционирования предприятий  $X$  и  $Y$ , кумулянты  $X + Y$  и объединения  $Z$

Изображения на графике следующие:

горизонтальная ось - время  $t$  (например, количество месяцев); на вертикальной оси откладываем объёмы ресурсов  $x$  и  $y$  участников  $X$  и  $Y$ , кумулянты  $x + y$  и системы  $Z - z$ ;

- - график функционирования объединения  $Z$  ;
- . . — - график, отражающий суммарный результат отдельно функционирующих предприятий (кумулянты);
- — — - график функционирования участника  $Y$  ;
- ..... график функционирования участника  $X$  .

Анализируя графики предприятий, изображённых на рис.7, можно отметить, что объединение получает синергетический эффект, так как после объединения предприятий их совместное функционирование даёт больший эффект, чем эффект от их функционирования по-отдельности. Синергетический эффект достигает максимума через 6 шагов после объединения предприятий. Потом он начинает медленно убывать и стабилизируется на уровне 20,9 условных единиц. После установления устойчивого функционирования, которое возникает после 16 шагов развития, объединённая система будет получать синергетический эффект на уровне 3,3 усл. единиц (20,9 минус 17,6). „Взлёт“ значения синергетического эффекта до уровня 23 усл.ед. говорит об отсутствии начальных внутренних разногласий. Этот принцип заложен в модели (11). Однако со временем возможные возникающие разногласия немного снижают синергетический эффект, но всё равно он остаётся на достаточно высоком уровне (примерно 15%) на всё последующее функционирование объединения. Таким образом, объединение даже успешно функционирующих предприятий даёт синергетический эффект от их слияния.

Предложенный метод определения синергии в результате объединения усилий предприятий позволяет менеджерам предварительно подсчитать возможный результат и, не вслепую, а аргументированно, включаться в достаточно сложный процесс слияния.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Малинецкий Г. Г., Потапов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики. – М.: УРСС, 2000. – 335с.
2. Вэй-Бин Занг. Синергетическая экономика. – М.: «Мир», 2000. – 335с.
3. Христиановский В.В., Щербина В.П. Построение и анализ устойчивости синергетических моделей кооперации участников рыночных отношений. Монография: Модели оценки, анализа и прогнозирования социально-экономических систем / Под ред. Т.С. Клебановой, Н.А. Кизима. – Х.: ИД «ИНЖЕК», 2010. стр. 154-171.
4. Базыкин А. Д. Математическая биофизика взаимодействующих популяций. – М.: Наука. 1985.